

2019

Подготовка к ЕГЭ по математике

Теория для решения задач
«Теория вероятностей»



Классическая вероятность

Задачи по теории вероятности на ЕГЭ по математике — это простые задачи. Большинство из них можно решить, зная всего лишь одну формулу. Для решения понадобятся лишь самые основные понятия теории вероятностей. Многие задачи можно решить исходя из простых логических рассуждений. В жизни в разговорах людей вы, наверное, не раз слышали, что событие может случиться с вероятностью один к одному (или 50 на 50 имеется в виду проценты), или один к десяти. Также вы слышали «даю стопроцентную гарантию», «это невозможно». Все эти высказывания имеют самое непосредственное отношение к теории вероятности.

Случайным называется событие, которое нельзя точно предсказать заранее. Оно может либо произойти, либо нет.

Вы получили подарок, оказавшись тысячным покупателем в бутике — случайное событие. Встретили свою будущую половину в трамвае — случайное событие, хотя как знать, может за вами долго следили ;)

О каждом из таких событий можно сказать, что оно произойдет с некоторой **вероятностью**. Вы интуитивно знакомы с этим понятием. Дадим математическое определение вероятности. Рассмотрим простые примеры:

Монета



Бросаем монетку. Орел или решка? Такое действие, которое может привести к одному из нескольких результатов, в теории вероятностей называют **испытанием**.

Орел и решка — два возможных *исхода* испытания (все варианты событий, которые только могут произойти, монета не может ни зависнуть, ни встать на ребро).

Орел выпадет в одном случае из двух возможных. Говорят, что **вероятность** того, что монетка упадет орлом, равна $1/2$. Так же вероятность выпадения решки $1/2$.

Игральная кость



У кубика шесть граней, поэтому возможных исходов шесть (кубик упадет на одну из шести граней).

Выпадение одного очка это один исход из шести возможных. Выпадение двух очков, это один исход из шести возможных. В теории вероятностей такой исход называется *благоприятным исходом*.

Вероятность выпадения тройки так же равна $1/6$ (один благоприятный исход из шести возможных). Вероятность четверки — тоже $1/6$.

**А вот вероятность появления семерки равна нулю. Ведь грани с семью точками на кубике нет.*

Карты



Возьмём колоду из 36 карт. Вероятность того, что вытащите из колоды карту одну, которую загадали, равна один к тридцати шести или $1/36$, тридцать шесть это число возможных исходов, которые могут произойти (число всех карт), один это число благоприятных исходов (загаданная карта).

Вероятность того, что вы вытащите из колоды карту туза, равна 4 к 36 или $4/36$. Четыре это число благоприятных исходов (в колоде четыре туза), тридцать шесть - число возможных исходов.

Вероятность того, что вы вытащите из колоды карту красную карту (черви или буби) равна 1 к 2 или $1/2$. Число благоприятных исходов 18 (красных карт ровно половина), возможных исходов также 36, $18/36=1/2$.

Вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к числу всевозможных исходов.

Очевидно, что вероятность не может быть больше единицы. Понимания этого определения вполне достаточно для решения 80 процентов типов задач по теории вероятности.

Другой пример. В пакете 23 шара одинакового размера, из них 8 — красные, остальные — зеленые. Вы запускаете в пакет руку и наугад вынимаете один. Вероятность вытащить красный шар равна $8/23$, а зеленый — $15/23$. Вероятность достать красный или зеленый шар равна $8/23 + 15/23 = 1$. Вероятность равна единице, означает, что событие (вы достанете либо красный либо зелёный шар) произойдёт в любом случае.

Сложение и умножение вероятностей

*Определение: События называются **несовместными**, если появление одного из них исключает появление других. То есть, может произойти только одно определённое событие, либо другое.*

Классический пример: при бросании игральной кости (кубика) может выпасть только единица, либо только двойка, либо только тройка и т.д. Каждое из этих событий не совместно с другими и совершение одного из них исключает совершение другого (в одном испытании).

*Определение: События называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появления другого.*

Пример: из колоды карт будет взята дама и из колоды карт будет взята карта пик. Рассматриваются два события. Данные события не исключают друг друга — можно вытащить даму пик и, таким образом, произойдут оба события.

О сумме вероятностей

Суммой двух событий A и B называется событие $A+B$, которое состоит в том, что наступит или событие A или событие B или оба одновременно.

Если происходят несовместные события A и B , то вероятность суммы данных событий равна сумме вероятностей событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Пример с игральной костью:

Бросаем игральную кость. Какова вероятность выпадения числа меньше четырёх?

Числа меньше четырёх это 1,2,3. Мы знаем, что вероятность выпадения единицы равна $1/6$, двойки $1/6$, тройки $1/6$. Это несовместные события. Можем применить правило сложения. Вероятность выпадения числа меньше четырёх равна:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Действительно, если исходить из понятия классической вероятности: то число всевозможных исходов равно 6 (число всех граней кубика), число благоприятных исходов равно 3 (выпадение единицы, двойки или тройки). Искомая вероятность равна 3 к 6 или $3/6 = 0,5$.

**Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без учёта их совместного появления:*

$$P(A+B)=P(A)+P(B) - P(AB)$$

Об умножении вероятностей

Пусть происходят два несовместных события A и B , их вероятности соответственно равны $P(A)$ и $P(B)$. Произведением двух событий A и B называют событие $A \cdot B$, которое состоит в совместном появлении этих событий. Вычисляется по формуле:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

**Умножение означает, что при некоторых обстоятельствах наступит и событие A , и событие B .*

Пример с той же игральной костью:

Бросаем игральную кость два раза. Какова вероятность выпадения двух шестёрок?

Вероятность выпадения шестёрки первый раз равна $1/6$. Во второй раз так же равна $1/6$. Вероятность выпадения шестёрки и в первый раз и во второй раз равна произведению вероятностей:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Говоря простым языком:

Когда при одном испытании происходит некоторое событие, и ПРИБИ ЭТОМ происходит(ят) другое (другие), то вероятность совершения этих событий будет равна произведению вероятностей.

**Стоит сказать ещё об одном нюансе. При рассуждениях в решении задач используется понятие ОДНОВРЕМЕННОСТЬ совершения событий. События происходят ОДНОВРЕМЕННО — это не означает, что они происходят в одну секунду (в один момент времени). Это значит, что они происходят в некоторый промежуток времени (при одном испытании).*

Например:

Две лампы перегорают в течение года (может быть сказано — одновременно в течение года).

Два автомата ломаются в течении месяца (может быть сказано — одновременно в течение месяца).

Биатлонист делает пять выстрелов (выстрелы происходят во время одного испытания).

Задача. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний промахнулся. Результат округлите до сотых.

Поскольку биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,9, то он промахивается с вероятностью $1 - 0,9 = 0,1$

**Промах и попадание это события, которые при одном выстреле не могут произойти одновременно, сумма вероятностей этих событий равна 1.*

Речь идёт о совершении нескольких (независимых) событий, которые в данном случае происходят друг за другом (при одном испытании). Чтобы найти указанную в условии вероятность необходимо перемножить вероятности этих событий.

Таким образом, вероятность события «попал, попал, попал, попал, промахнулся» будет равна $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,06561$. Округляем до сотых, получаем 0,07

Ответ: 0,07

Есть ещё определения (из основ теории вероятности):

Определение: События А и В являются НЕзависимыми, если вероятность появления любого из них не зависит от появления (либо не появления) другого события.

Определение: Достоверным событием называется событие, которое наверняка произойдет в результате опыта. Событие называется невозможным, если оно никогда не произойдет в результате опыта.

Например, если из коробки, содержащей только красные и зеленые шары, наугад вынимают один шар, то появление среди вынутых шаров белого – невозможное событие. Появление красного и появление зеленого шаров образуют полную группу событий.

Определение: События называются равновозможными, если нет оснований считать, что одно из них появится в результате опыта с большей вероятностью.

Список сайтов по другим предметам:

Подготовка к экзамену по [русскому языку](#)

Подготовка к экзамену по [литературе](#)

Подготовка к экзамену по [химии](#)

Подготовка к экзамену по [истории и обществознанию](#)

Подготовка к экзамену по [биологии](#)

Бесплатные материалы для подготовки по математике:

Сайт Яковлева Игоря Вячеславовича [здесь](#).

Материалы ЕГЭ-Судии на [этой странице](#).

[Сайт Александра Ларина](#).

Платные курсы



[Посмотреть подробнее](#)

Подготовка к ЕГЭ и ОГЭ (ГИА) [КУРС Видеорепетитор](#).

Ещё:

Материалы для учителей и учеников [Портал Инфоурок](#).

Подготовка к ЕГЭ по математике – [блог Инны Фельдман](#).

Портал Дмитрия Тарасова [Видеоуроки в Интернет](#).

Обучение онлайн ЕГЭ, ОГЭ, олимпиады [Библиотека курсов Фоксворд](#)