

2019

Подготовка к ЕГЭ по математике

Теория для решения заданий
«Стереометрия»



Для решения задач по стереометрии необходимо знать формулы площадей фигур и формулы объёмов тел. Сложных задач нет, все они решаются в 1-2 действия (редко в три действия). Важно увидеть путь решения и какую формулу необходимо применить.

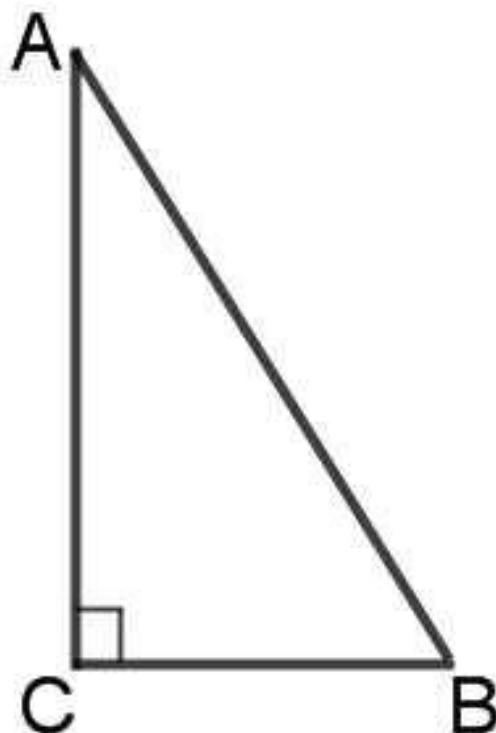
Необходимая теория:

- теорема Пифагора
- теорема косинусов
- определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса в прямоугольном треугольнике
- формулы площадей фигур
- формулы объёмов тел
- отношение площадей подобных фигур
- отношение объёмов подобных тел

Теорема Пифагора

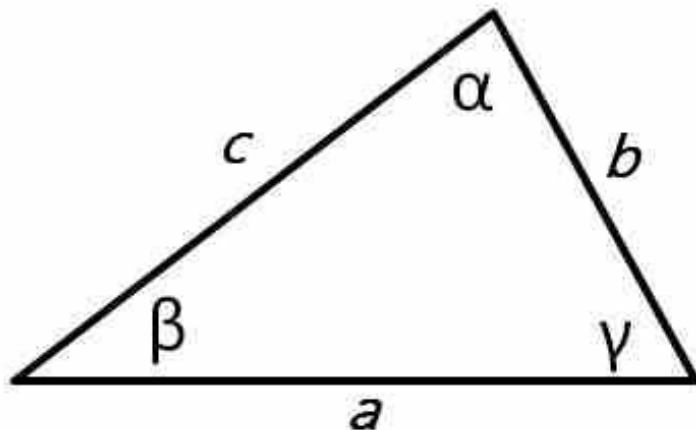
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



Теорема косинусов

Теорема: квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

Другие стороны:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

*Зная две стороны треугольника и угол между ними мы всегда можем найти третью сторону.

Если нам будут известны все три стороны треугольника, то всегда можно найти любой угол:

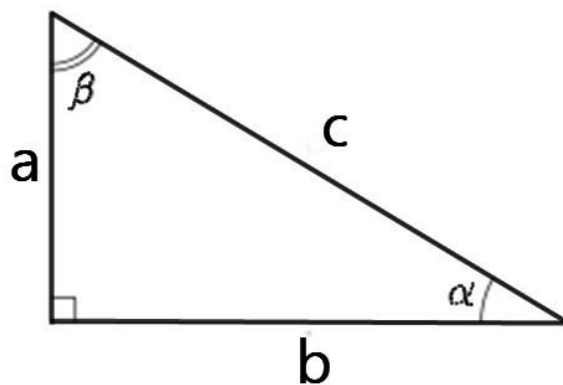
$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

Понятие синуса, косинуса, тангенса и котангенса в прямоугольном треугольнике

Гипотенуза прямоугольного треугольника — это сторона, лежащая напротив прямого угла. **Катеты** — стороны, лежащие напротив острых углов.



Катет a , лежащий напротив угла α , называется **противолежащим** (по отношению к углу α). Другой катет b , который лежит на одной из сторон угла α , называется **прилежащим**.

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к гипотенузе:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

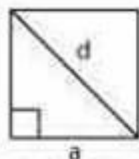
Котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение прилежащего катета к противолежащему (или, что то же самое, отношение косинуса к синусу):

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

Таким образом, зная два-три элемента в прямоугольном треугольнике, мы всегда сможем найти все остальные его элементы (углы и стороны).

Формулы площадей и объёмов

ПЛОЩАДЬ

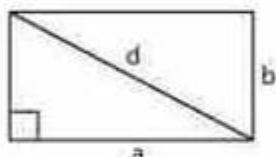


квадрат

$$S = a^2$$

$$P = 4a \quad P - \text{сумма сторон фигуры}$$

$$d = a\sqrt{2} \quad d - \text{длина диагонали}$$



прямоугольник

$$S = a \cdot b$$

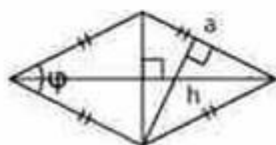
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



параллелограмм

$$S = a \cdot h$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin \varphi \quad h - \text{высота}$$

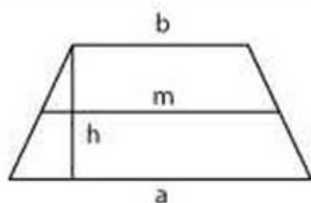


ромб

$$S = a \cdot h$$

$$S = a^2 \cdot \sin \varphi \quad h - \text{высота}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \quad d_1 \text{ и } d_2 - \text{диагонали}$$

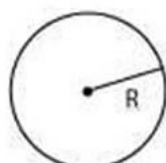


трапеция

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h \quad a \text{ и } b - \text{основания}$$

$$h - \text{высота}$$

$$m = \frac{a + b}{2} - \text{средняя линия}$$

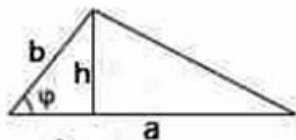


круг

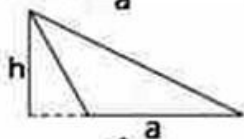
$$S = \pi R^2$$

$$L = 2\pi R = \pi D \quad D - \text{диаметр}$$

$$L - \text{длина окружности}$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$



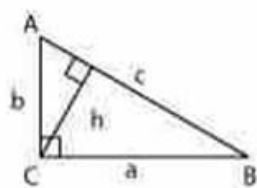
$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \varphi$$



$$S = p \cdot r \quad p - \text{полупериметр}$$

r – радиус вписанной окружности

треугольник



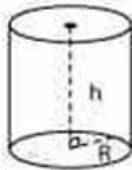
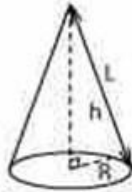
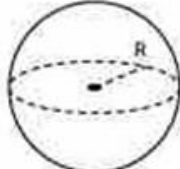
прямоугольный
треугольник

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

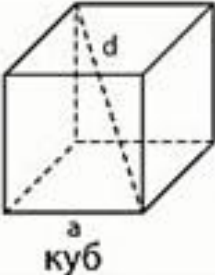
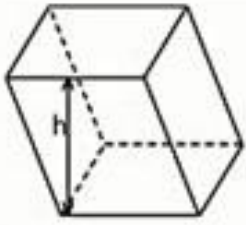
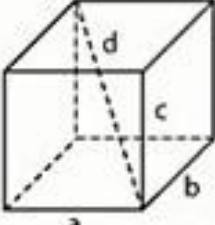
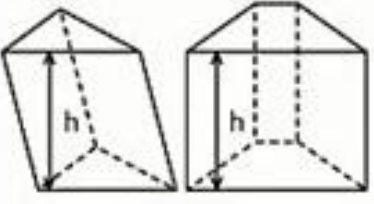
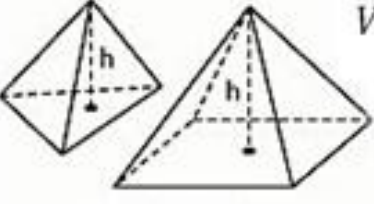
$$S = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 <p>цилиндр</p> $V = \pi R^2 h$ <p>R – радиус основания h – высота</p>	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} =$ $= 2\pi R^2 + 2\pi R h$
 <p>конус</p> $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = \pi R^2 + \pi R L$ <p>L – образующая</p> $L = \sqrt{R^2 + h^2}$
 <p>шар</p> $V = \frac{4}{3} \pi R^3$	$S = 4\pi R^2$

МНОГОГРАННИКИ

ОБЪЁМЫ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 <p style="text-align: center;">$V = a^3$ a – ребро куба</p> <p style="text-align: center;">а куб</p>	<p style="text-align: center;">$S = 6a^2$ $d = a\sqrt{3}$</p> <p style="text-align: center;">длина диагонали</p>
 <p style="text-align: center;">$V = S_{\text{осн}} \cdot h$</p> <p style="text-align: center;">параллелепипед</p>	<p style="text-align: center;">$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$</p> <p style="text-align: center;">$S_{\text{осн}}$ – площадь основания h – высота</p>
 <p style="text-align: center;">$V = a \cdot b \cdot c$</p> <p style="text-align: center;">а прямоугольный параллелепипед</p>	<p style="text-align: center;">$S = 2ab + 2ac + 2bc$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$</p>
 <p style="text-align: center;">$V = S_{\text{осн}} \cdot h$</p> <p style="text-align: center;">призма</p>	<p style="text-align: center;">$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$</p> <p style="text-align: center;">$S_{\text{осн}}$ – площадь основания h – высота</p>
 <p style="text-align: center;">$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$</p> <p style="text-align: center;">пирамида</p>	<p style="text-align: center;">$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$</p>

Отношение площадей подобных фигур

Отношение площадей двух подобных фигур равно

квадрату коэффициента подобия.

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \quad \Leftrightarrow \quad S_2 = k^2 \cdot S_1$$

То есть, при изменении (увеличении или уменьшении) всех линейных размеров фигуры в k раз, отношение площади полученной к площади исходной фигуры будет равно k^2 .

Отношение объёмов подобных тел

Отношение объёмов двух подобных тел равно

кубу коэффициента подобия.

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3 \quad \Leftrightarrow \quad V_2 = k^3 \cdot V_1$$

То есть, при изменении (увеличении или уменьшении) всех линейных размеров тела в k раз, отношение объёма полученного тела к объёму исходного будет равно k^3 .

Список сайтов по другим предметам:

Подготовка к экзамену по [русскому языку](#)

Подготовка к экзамену по [литературе](#)

Подготовка к экзамену по [химии](#)

Подготовка к экзамену по [истории и обществознанию](#)

Подготовка к экзамену по [биологии](#)

Бесплатные материалы для подготовки по математике:

Сайт Яковлева Игоря Вячеславовича [здесь](#).

Материалы ЕГЭ-Судии на [этой странице](#).

[Сайт Александра Ларина](#).

Платные курсы



[Посмотреть подробнее](#)

Подготовка к ЕГЭ и ОГЭ (ГИА) [КУРС Видеорепетитор](#).

Полезные ресурсы:

Материалы для учителей и учеников [Портал Инфоурок](#).

Подготовка к ЕГЭ по математике – [блог Инны Фельдман](#).

Портал Дмитрия Тарасова [Видеоуроки в Интернет](#).

Обучение онлайн ЕГЭ, ОГЭ, олимпиады [Библиотека курсов Фоксворд](#)